
Polycopié de cours - Terminale

Spécialité Mathématiques

Chapitre : Probabilités

1 Rappels sur les probabilités

1.1 Vocabulaire des événements

Définition

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont le résultat dépend du hasard et ne peut être prédit avec certitude.

L'**univers** Ω d'une expérience aléatoire est l'ensemble de tous les résultats possibles. Chaque résultat est appelé **issue**.

Un **événement** est un sous-ensemble de l'univers Ω . Il peut être décrit par une propriété.

Un **événement élémentaire** est un événement ne contenant qu'une seule issue.

L'**événement impossible** est l'ensemble vide $\emptyset$.

L'**événement certain** est l'univers Ω .

Exemple 1. Lors du lancer d'un dé à six faces équilibré :

- L'univers est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- L'événement "obtenir un nombre pair" est $A = \{2, 4, 6\}$.
- L'événement élémentaire "obtenir 3" est $\{3\}$.
- L'événement impossible "obtenir 7" est $\emptyset$.

Définition

Soient A et B deux événements de Ω .

- L'**événement contraire** de A , noté $\bar{A}$ (ou A^c), est l'ensemble des issues de Ω qui ne sont pas dans A .
- L'**intersection** de A et B , notée $A \cap B$, est l'événement constitué des issues qui appartiennent à la fois à A et à B . (A et B)
- L'**union** de A et B , notée $A \cup B$, est l'événement constitué des issues qui appartiennent à A ou à B (ou aux deux). (A ou B)
- Deux événements A et B sont dits **incompatibles** ou **disjoints** si leur intersection est l'événement impossible ($A \cap B = \emptyset$).

Propriété

Pour tous événements A et B :

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

1.2 Probabilité sur un univers fini

Définition

Une **probabilité** P sur un univers Ω est une application qui, à chaque événement A de Ω , associe un nombre réel $P(A)$ tel que :

- Pour tout événement A , $0 \leq P(A) \leq 1$.
- $P(\Omega) = 1$.
- Si $A_1, A_2, \dots, A_n$ sont des événements deux à deux incompatibles, alors $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.

Définition

Dans une situation d'**équiprobabilité**, toutes les issues ont la même probabilité d'être réalisées. Si Ω a N issues, la probabilité de chaque issue est $1/N$.

Dans ce cas, la probabilité d'un événement A est donnée par la formule :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables à } A}{\text{Nombre total d'issues}} = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$$

2 Probabilités conditionnelles et indépendance

2.1 Probabilités conditionnelles

Définition

Soient A et B deux événements, avec $P(A) \neq 0$. La **probabilité de B sachant A** (ou **probabilité conditionnelle de B par rapport à A**), notée $P_A(B)$ ou $P(B|A)$, est définie par :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Remarque. On peut interpréter $P_A(B)$ comme la probabilité que l'événement B se réalise, sachant que l'événement A s'est déjà réalisé. Cela revient à restreindre l'univers à l'événement A .

Point de méthode

Calculer une probabilité conditionnelle

1. Identifier les événements A et B .
2. Déterminer $P(A \cap B)$ et $P(A)$.
3. Appliquer la formule $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

Exemple 2. Dans une classe de 30 élèves, 12 aiment les maths (M), 10 aiment la physique (P), et 5 aiment les deux (M et P). On choisit un élève au hasard.

- $P(M) = 12/30 = 0.4$
- $P(P) = 10/30 \approx 0.33$
- $P(M \cap P) = 5/30 \approx 0.167$

Quelle est la probabilité qu'un élève aime la physique sachant qu'il aime les maths ? On cherche $P_M(P)$. $P_M(P) = \frac{P(M \cap P)}{P(M)} = \frac{5/30}{12/30} = \frac{5}{12}$.

Propriété

Formule de la probabilité de l'intersection

De la définition de la probabilité conditionnelle, on déduit : Soient A et B deux événements. Si $P(A) \neq 0$, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$. Si $P(B) \neq 0$, alors $P(A \cap B) = P(B) \times P_B(A)$.

Remarque. Cette propriété est fondamentale pour construire des arbres pondérés. Les probabilités sur les branches successives sont des probabilités conditionnelles. La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités le long de ce chemin.

Exemple 3. Un sac contient 3 boules rouges (R) et 2 boules bleues (B). On tire une boule au hasard, puis sans la remettre, on tire une seconde boule.

— $P(\text{1ère R}) = 3/5$

— $P(\text{1ère B}) = 2/5$

Si la première boule tirée est rouge, il reste 2 rouges et 2 bleues. $P_{1\text{ère R}}(\text{2ème R}) = 2/4 = 1/2$. $P_{1\text{ère R}}(\text{2ème B}) = 2/4 = 1/2$. La probabilité de tirer deux boules rouges est $P(\text{1ère R} \cap \text{2ème R}) = P(\text{1ère R}) \times P_{1\text{ère R}}(\text{2ème R}) = (3/5) \times (1/2) = 3/10$.

2.2 Formule des probabilités totales

Définition

Système complet d'événements

Des événements $A_1, A_2, \dots, A_n$ forment un **système complet d'événements** (ou partition de l'univers) si :

- Ils sont deux à deux incompatibles : $A_i \cap A_j = \emptyset$ pour $i \neq j$.
- Leur union est l'univers entier : $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$.
- Ils sont tous de probabilité non nulle : $P(A_i) \neq 0$ pour tout i .

Le cas le plus simple est un événement A et son contraire $\bar{A}$, qui forment toujours un système complet d'événements.

Théorème

Formule des probabilités totales

Soit $A_1, A_2, \dots, A_n$ un système complet d'événements. Pour tout événement B , on a :

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_n)$$

Ce qui peut aussi s'écrire, si $P(A_i) \neq 0$ pour tout i :

$$P(B) = P(A_1) \times P_{A_1}(B) + P(A_2) \times P_{A_2}(B) + \dots + P(A_n) \times P_{A_n}(B)$$

Remarque. Cette formule est très utile pour calculer la probabilité d'un événement B qui peut se produire selon différentes "branches" d'une expérience. Un arbre pondéré est une excellente illustration de cette formule.

Point de méthode

Utiliser la formule des probabilités totales

1. Modéliser l'expérience aléatoire, souvent à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Identifier un système complet d'événements qui représente les premières étapes de l'expérience.
3. Identifier l'événement dont on cherche la probabilité.
4. Appliquer la formule des probabilités totales en sommant les probabilités des chemins menant à cet événement.

Exemple 4. Une usine fabrique des ampoules. Trois machines M1, M2, M3 produisent respectivement 20%, 30%, et 50% des ampoules. Les taux d'ampoules défectueuses sont de 1% pour M1, 2% pour M2, et 1.5% pour M3. On choisit une ampoule au hasard. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse (D) ?

- Système complet d'événements : $\{M_1, M_2, M_3\}$.
- $P(M_1) = 0.2, P(M_2) = 0.3, P(M_3) = 0.5$.
- Probabilités conditionnelles de l'événement D (défectueux) :
 - $P_{M_1}(D) = 0.01$
 - $P_{M_2}(D) = 0.02$
 - $P_{M_3}(D) = 0.015$

On utilise la formule des probabilités totales : $P(D) = P(M_1)P_{M_1}(D) + P(M_2)P_{M_2}(D) + P(M_3)P_{M_3}(D)$
 $P(D) = (0.2 \times 0.01) + (0.3 \times 0.02) + (0.5 \times 0.015)$
 $P(D) = 0.002 + 0.006 + 0.0075$
 $P(D) = 0.0155$ La probabilité qu'une ampoule choisie au hasard soit défectueuse est de 1.55%.

2.3 Indépendance de deux événements

Définition

Deux événements A et B sont dits **indépendants** si la réalisation de l'un n'influence pas la probabilité de réalisation de l'autre. Formellement, A et B sont indépendants si et seulement si :

- $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Si $P(A) \neq 0$, cette condition est équivalente à $P_A(B) = P(B)$. Si $P(B) \neq 0$, cette condition est équivalente à $P_B(A) = P(A)$.

Remarque. Il est crucial de ne pas confondre événements indépendants et événements incompatibles.

- Deux événements incompatibles ($A \cap B = \emptyset$) ne peuvent pas se produire en même temps. Si A se produit, B ne peut pas se produire. Ils sont donc dépendants, sauf si l'un a une probabilité nulle.
- Deux événements indépendants peuvent se produire en même temps, la probabilité de leur intersection étant le produit de leurs probabilités.

Point de méthode

Démontrer l'indépendance de deux événements

Pour montrer que deux événements A et B sont indépendants, il faut vérifier l'une des conditions suivantes :

1. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(A) \times P(B)$ et vérifier s'ils sont égaux.
2. Si $P(A) \neq 0$, calculer $P_A(B)$ et $P(B)$ et vérifier s'ils sont égaux.
3. Si $P(B) \neq 0$, calculer $P_B(A)$ et $P(A)$ et vérifier s'ils sont égaux.

Exemple 5. On lance un dé équilibré à six faces. Soit A l'événement "obtenir un nombre pair" ($A = \{2, 4, 6\}$). $P(A) = 3/6 = 1/2$. Soit B l'événement "obtenir un nombre multiple de 3" ($B = \{3, 6\}$). $P(B) = 2/6 = 1/3$. L'intersection $A \cap B$ est l'événement "obtenir 6" ($A \cap B = \{6\}$). $P(A \cap B) = 1/6$. Calculons le produit des probabilités : $P(A) \times P(B) = (1/2) \times (1/3) = 1/6$. Puisque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, les événements A et B sont indépendants.

Propriété

Indépendance et événements contraires

- Si A et B sont indépendants, alors les paires d'événements suivantes le sont aussi :
- $\bar{A}$ et B
 - A et $\bar{B}$
 - $\bar{A}$ et $\bar{B}$

3 Répétition d'expériences identiques et indépendantes

3.1 Schéma de Bernoulli et loi binomiale (Rappel de Première)

Définition

Épreuve de Bernoulli

Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire qui ne possède que deux issues possibles :

- Le "succès" (noté S), de probabilité p .
- L'"échec" (noté $\bar{S}$ ou E), de probabilité $1 - p$.

Définition

Schéma de Bernoulli

Un **schéma de Bernoulli** est la répétition de n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

Définition

Loi Binomiale

On considère un schéma de Bernoulli de n répétitions, où la probabilité de succès pour chaque épreuve est p . Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès parmi les n répétitions. X suit une **loi binomiale** de paramètres n et p , notée $\mathcal{B}(n, p)$. Pour tout entier k tel que $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir exactement k succès est donnée par :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

où $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ est le coefficient binomial, représentant le nombre de façons de choisir k succès parmi n épreuves.

Remarque. Les coefficients binomiaux peuvent être calculés à l'aide de la calculatrice ou du triangle de Pascal.

Point de méthode

Calculer une probabilité avec la loi binomiale

1. S'assurer que la situation correspond à un schéma de Bernoulli (répétitions identiques et indépendantes, deux issues par épreuve).
2. Identifier n (nombre de répétitions) et p (probabilité de succès).
3. Définir la variable aléatoire X comme le nombre de succès.
4. Utiliser la formule $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ pour calculer les probabilités exactes.
5. Pour des probabilités cumulées ($P(X \leq k)$ ou $P(X \geq k)$), utiliser la fonction de répartition de la loi binomiale de la calculatrice.

Exemple 6. Une pièce de monnaie truquée a une probabilité de 0.6 de tomber sur Pile (Succès). On lance cette pièce 5 fois de suite (épreuves indépendantes). Soit X le nombre de Pile obtenus. X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(5, 0.6)$.

- Probabilité d'obtenir exactement 3 Piles : $P(X = 3) = \binom{5}{3} (0.6)^3 (1 - 0.6)^{5-3} = 10 \times (0.6)^3 \times (0.4)^2 = 10 \times 0.216 \times 0.16 = 0.3456$.
- Probabilité d'obtenir au moins 4 Piles : $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5)$ $P(X = 4) = \binom{5}{4} (0.6)^4 (0.4)^1 = 5 \times 0.1296 \times 0.4 = 0.2592$ $P(X = 5) = \binom{5}{5} (0.6)^5 (0.4)^0 = 1 \times 0.07776 \times 1 = 0.07776$ $P(X \geq 4) = 0.2592 + 0.07776 = 0.33696$.

Propriété

Espérance et Variance de la loi binomiale

Si $X \sim \mathcal{B}(n, p)$, alors :

— Espérance : $E(X) = np$

— Variance : $V(X) = np(1 - p)$

— Écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$

L'espérance $E(X)$ représente le nombre moyen de succès que l'on peut attendre sur n répétitions.

4 Lois de probabilité à densité

Les lois de probabilité à densité (ou lois continues) modélisent des variables aléatoires qui peuvent prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle réel (contrairement aux lois discrètes qui prennent des valeurs isolées).

Définition

Variable aléatoire continue et loi à densité

Une variable aléatoire X est dite **continue** si elle peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle réel (fini ou infini). La probabilité qu'une variable aléatoire continue prenne une valeur exacte est nulle : $P(X = x) = 0$. La probabilité que X appartienne à un intervalle $[a, b]$ est donnée par l'aire sous une courbe appelée **fonction de densité** f . Une fonction f est une fonction de densité de probabilité si :

— $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

— L'aire totale sous la courbe de f est égale à 1 : $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

Pour tout intervalle $[a, b]$, la probabilité $P(a \leq X \leq b)$ est donnée par :

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

Remarque. Puisque $P(X = x) = 0$ pour une variable continue, $P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b)$.

4.1 Loi uniforme sur $[a, b]$

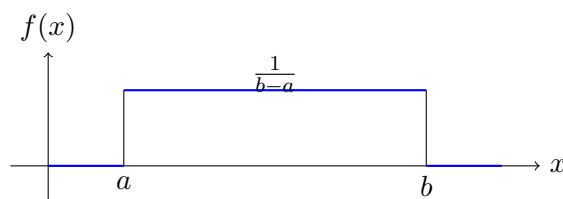
Définition

Loi uniforme

Une variable aléatoire continue X suit une **loi uniforme** sur un intervalle $[a, b]$ (avec $a < b$) si sa fonction de densité f est définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On la note $\mathcal{U}([a, b])$.



Propriété

Probabilité avec la loi uniforme

Pour une variable aléatoire $X \sim \mathcal{U}([a, b])$: Pour $a \leq c \leq d \leq b$, la probabilité $P(c \leq X \leq d)$ est :

$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d \frac{1}{b-a} dx = \frac{d-c}{b-a}$$

Ceci représente la proportion de la longueur de l'intervalle $[c, d]$ par rapport à la longueur de l'intervalle $[a, b]$.

Propriété

Espérance et Variance de la loi uniforme

Si $X \sim \mathcal{U}([a, b])$, alors :

- Espérance : $E(X) = \frac{a+b}{2}$
- Variance : $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

Point de méthode

Calculer une probabilité avec une loi uniforme

1. Identifier l'intervalle $[a, b]$ sur lequel la loi est uniforme.
2. Pour calculer $P(c \leq X \leq d)$, utiliser la formule $P(c \leq X \leq d) = \frac{d-c}{b-a}$.

Exemple 7. Un bus passe toutes les 15 minutes à un arrêt. L'heure d'arrivée d'un passager à l'arrêt est une variable aléatoire X suivant une loi uniforme sur $[0, 15]$ (en minutes, 0 correspondant à l'arrivée du bus précédent).

- Fonction de densité $f(x) = \frac{1}{15-0} = \frac{1}{15}$ pour $x \in [0, 15]$.
- Probabilité d'attendre moins de 5 minutes : $P(X \leq 5) = P(0 \leq X \leq 5) = \frac{5-0}{15-0} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.
- Probabilité d'attendre entre 7 et 10 minutes : $P(7 \leq X \leq 10) = \frac{10-7}{15-0} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

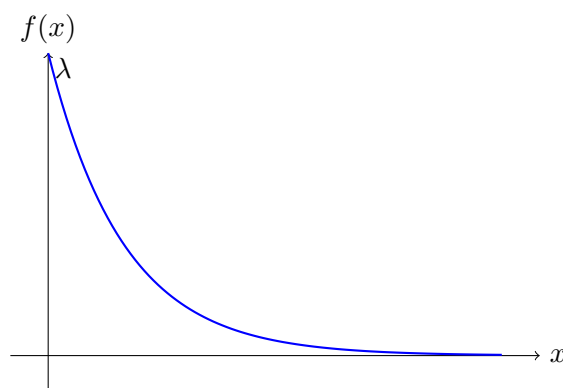
4.2 Loi exponentielle (Extension et lien avec la physique)**Définition**

Loi exponentielle

Une variable aléatoire continue X suit une **loi exponentielle** de paramètre $\lambda > 0$ si sa fonction de densité f est définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On la note $\mathcal{E}(\lambda)$. Cette loi modélise souvent des durées de vie ou des temps d'attente sans mémoire.



Propriété

Probabilité avec la loi exponentielle

Pour une variable aléatoire $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$:

- $P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = [-e^{-\lambda x}]_0^t = 1 - e^{-\lambda t}$
- $P(X > t) = e^{-\lambda t}$
- $P(t_1 \leq X \leq t_2) = P(X \leq t_2) - P(X \leq t_1) = (1 - e^{-\lambda t_2}) - (1 - e^{-\lambda t_1}) = e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}$

Propriété

Espérance et Variance de la loi exponentielle

Si $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$, alors :

- Espérance : $E(X) = \frac{1}{\lambda}$
- Variance : $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Remarque. Lien avec la physique (désintégration radioactive, fiabilité) La loi exponentielle est fondamentale en physique pour modéliser la durée de vie de phénomènes dont le taux de défaillance est constant, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas de "mémoire".

- **Désintégration radioactive** : La durée de vie d'un atome radioactif suit une loi exponentielle. λ est la constante de désintégration. $1/\lambda$ est la durée de vie moyenne. La "demi-vie" $T_{1/2}$ (temps au bout duquel la moitié des atomes sont désintégrés) est liée à λ par $e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2$, donc $T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$.
- **Fiabilité des systèmes** : La durée de bon fonctionnement d'un composant électronique ou d'un système peut être modélisée par une loi exponentielle si le système ne vieillit pas, c'est-à-dire si sa probabilité de tomber en panne dans l'instant futur ne dépend pas de son âge.

Exemple 8. La durée de vie en années d'un composant électronique est modélisée par une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.2$.

- Quelle est la durée de vie moyenne de ce composant ? $E(X) = 1/\lambda = 1/0.2 = 5$ ans.
- Quelle est la probabilité que le composant fonctionne pendant au moins 10 ans ? $P(X > 10) = e^{-0.2 \times 10} = e^{-2} \approx 0.135$.
- Quelle est la probabilité que le composant tombe en panne entre 2 et 5 ans ? $P(2 \leq X \leq 5) = e^{-0.2 \times 2} - e^{-0.2 \times 5} = e^{-0.4} - e^{-1} \approx 0.670 - 0.368 = 0.302$.

4.3 Loi normale (ou loi de Gauss-Laplace)

La loi normale est sans doute la plus importante des lois de probabilité continues en statistique. Elle modélise de nombreux phénomènes naturels ou industriels (tailles, poids, erreurs de mesure, etc.)

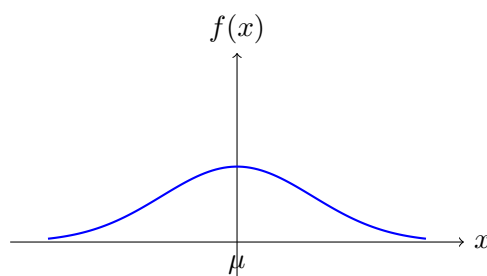
Définition

Loi normale

Une variable aléatoire continue X suit une **loi normale** de paramètres μ (moyenne) et σ^2 (variance), notée $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, si sa fonction de densité f est définie par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

où $\mu \in \mathbb{R}$ et $\sigma > 0$. La courbe de cette fonction est une courbe en forme de cloche, symétrique par rapport à la droite $x = \mu$.



Propriété

Propriétés de la courbe de Gauss

- La courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$.
- Le maximum de la fonction est atteint en $x = \mu$.
- Plus σ est petit, plus la courbe est "fine" et "haute". Plus σ est grand, plus la courbe est "étalée" et "basse".
- L'aire totale sous la courbe est égale à 1.

Définition

Loi normale centrée réduite

La **loi normale centrée réduite** est la loi normale de paramètres $\mu = 0$ et $\sigma = 1$. Elle est notée $\mathcal{N}(0, 1)$. Si $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, alors la variable aléatoire $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$. C'est la **standardisation**.

Propriété

Calcul des probabilités avec la loi normale

Les probabilités $P(a \leq X \leq b)$ sont calculées par intégration de la fonction de densité, mais ces intégrales n'ont pas d'expression simple. On utilise des tables (pour la loi centrée réduite) ou des calculatrices/logiciels.

Point de méthode

Calculer des probabilités avec la loi normale

1. Identifier les paramètres μ et σ de la loi normale.
2. Si la variable n'est pas centrée réduite, il est possible de la standardiser en $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$. Cependant, les calculatrices gèrent directement les lois non centrées réduites.
3. Utiliser les fonctions de probabilité de la calculatrice (souvent "NormalFRep" ou "normalcdf") pour calculer $P(a \leq X \leq b)$.

Exemple 9. La taille des hommes adultes dans une population suit une loi normale de moyenne $\mu = 175$ cm et d'écart-type $\sigma = 7$ cm. Soit T la taille d'un homme choisi au hasard. $T \sim \mathcal{N}(175, 7^2)$.

- Quelle est la probabilité qu'un homme mesure entre 170 cm et 180 cm ? $P(170 \leq T \leq 180)$. À l'aide d'une calculatrice : $\text{NormalFRep}(170, 180, 175, 7) \approx 0.522$.
- Quelle est la probabilité qu'un homme mesure plus de 185 cm ? $P(T > 185)$. À l'aide d'une calculatrice : $\text{NormalFRep}(185, 10^{99}, 175, 7) \approx 0.076$. (utiliser une valeur très grande pour l'infini supérieur)

Propriété

Intervalles remarquables (pour la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$)

Soit $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

- $P(-1 \leq Z \leq 1) \approx 0.683$ (environ 68% des valeurs sont à moins de 1 écart-type de la moyenne)
- $P(-2 \leq Z \leq 2) \approx 0.954$ (environ 95.4% des valeurs sont à moins de 2 écarts-types de la moyenne)
- $P(-3 \leq Z \leq 3) \approx 0.997$ (environ 99.7% des valeurs sont à moins de 3 écarts-types de la moyenne)

Ces intervalles sont très utiles pour évaluer rapidement la dispersion des données.

Remarque. Lien entre la loi binomiale et la loi normale Pour des grandes valeurs de n , la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ peut être approximée par une loi normale $\mathcal{N}(np, np(1 - p))$. C'est le théorème central limite qui est à l'origine de cette approximation. Cette approximation est généralement considérée comme bonne si $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1 - p) \geq 5$.