

Automatismes : Graphiques, Données & Calcul

Exomaths.fr

Juin 2025

Introduction

La partie "Automatismes" du programme de mathématiques a un double objectif : consolider une culture mathématique fondamentale pour tout citoyen et développer des réflexes mathématiques essentiels pour la poursuite d'études. Il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais d'assurer un ancrage solide des savoir-faire fondamentaux pour qu'ils soient immédiatement mobilisables dans la résolution de problèmes.

Ce polycopié se concentre sur trois axes majeurs des automatismes : la lecture et la production de graphiques, le traitement de données, et le calcul numérique et algébrique. Maîtriser ces compétences permet de libérer l'esprit des contraintes techniques et de se concentrer pleinement sur la modélisation et l'interprétation des résultats.

Contents

1	Lecture et Production de Graphiques	2
1.1	Lecture d'informations sur un graphique	2
1.2	Interprétation du sens de variation	3
1.3	Production de graphiques simples	3
2	Traitement de Données	4
2.1	Lecture et extraction d'informations dans un tableau	4
2.2	Calcul de fréquences et pourcentages	4
3	Calcul Numérique et Algébrique	5
3.1	Priorités opératoires et opérations sur les nombres	5
3.2	Calcul fractionnaire	6
3.3	Calcul avec les puissances	6
3.4	Calcul littéral	7

1 Lecture et Production de Graphiques

La capacité à lire, interpréter et produire des graphiques est essentielle pour le traitement de l'information chiffrée et la compréhension des phénomènes.

1.1 Lecture d'informations sur un graphique

Point de méthode

Lire les coordonnées d'un point

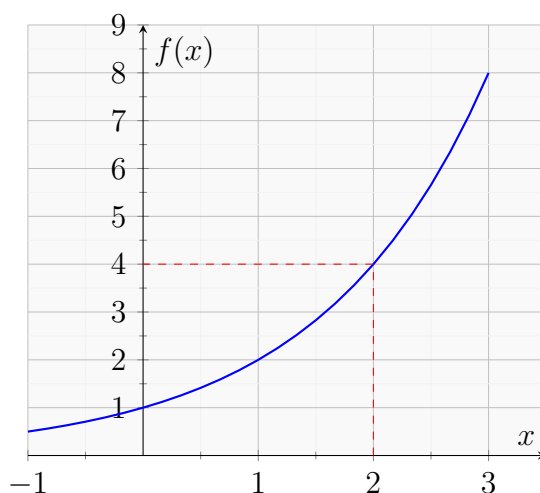
1. Repérez le point sur le graphique.
2. Lisez la valeur sur l'axe horizontal (abscisse) en traçant une ligne verticale jusqu'à l'axe.
3. Lisez la valeur sur l'axe vertical (ordonnée) en traçant une ligne horizontale jusqu'à l'axe.

Point de méthode

Déterminer l'image ou l'antécédent par une courbe représentative de fonction

- Pour trouver l'image de x_0 (valeur sur l'axe des abscisses) :
 1. Localisez x_0 sur l'axe des abscisses.
 2. Tracez une ligne verticale depuis x_0 jusqu'à la courbe.
 3. Lisez l'ordonnée du point d'intersection sur l'axe des ordonnées.
- Pour trouver l'antécédent(s) de y_0 (valeur sur l'axe des ordonnées) :
 1. Localisez y_0 sur l'axe des ordonnées.
 2. Tracez une ligne horizontale depuis y_0 jusqu'à la courbe.
 3. Lisez l'abscisse (ou les abscisses) du ou des points d'intersection sur l'axe des abscisses.

Exemple 1.1 (Lecture sur un graphique de fonction). Soit la courbe représentative d'une fonction f ci-contre. (Pour un document imprimé, un graphique serait ici. Imaginons une courbe croissante qui passe par $(0,1)$, $(1,2)$, $(2,4)$ et $(3,8)$, typique de $y = 2^x$).



1. Déterminez l'image de 2 par f .
2. Déterminez l'antécédent de 4 par f .

Solution commentée :

1. Pour l'image de 2 : Je me place sur l'axe des abscisses à $x = 2$. Je monte verticalement jusqu'à la courbe, puis je lis la valeur sur l'axe des ordonnées. On trouve $f(2) = 4$.
2. Pour l'antécédent de 4 : Je me place sur l'axe des ordonnées à $y = 4$. Je me déplace horizontalement jusqu'à la courbe, puis je lis la valeur sur l'axe des abscisses. On trouve $x = 2$.

1.2 Interprétation du sens de variation

Point de méthode

Déterminer le sens de variation d'une fonction à partir de son graphique

- Une fonction est **croissante** si sa courbe "monte" de gauche à droite.
- Une fonction est **décroissante** si sa courbe "descend" de gauche à droite.
- Une fonction est **constante** si sa courbe est horizontale.

Exemple 1.2 (Sens de variation). Observe le graphique de l'exemple précédent. Quel est le sens de variation de la fonction f ?

Solution commentée : En parcourant la courbe de gauche à droite, on constate que la valeur de $f(x)$ augmente constamment. La fonction f est donc **strictement croissante**.

1.3 Production de graphiques simples

Point de méthode

Construire un graphique à partir d'un tableau de valeurs

1. Tracez les axes (abscisses et ordonnées) et donnez-leur un nom.
2. Choisissez une échelle adaptée sur chaque axe pour que tous les points soient visibles et que le graphique soit lisible. Graduez les axes.
3. Pour chaque couple (x, y) du tableau, placez le point correspondant dans le repère.
4. Selon le type de données (suite ou fonction), reliez les points (pour une fonction) ou laissez-les isolés (pour une suite).

Remarque 1.1. Choisir le bon type de graphique

- **Nuage de points** : Pour montrer la relation entre deux variables quantitatives.
- **Diagramme en bâtons / Histogramme** : Pour des effectifs ou fréquences de catégories (variables discrètes ou continues regroupées en classes).
- **Diagramme circulaire (camembert)** : Pour représenter des proportions ou pourcentages d'un tout.
- **Courbe / Droite** : Pour représenter une fonction (évolution continue).

2 Traitement de Données

Le traitement de données implique de savoir extraire, organiser et calculer des informations à partir de tableaux.

2.1 Lecture et extraction d'informations dans un tableau

Point de méthode

Lire des données dans un tableau

1. Identifiez les titres des lignes et des colonnes pour comprendre la signification de chaque cellule.
2. Repérez la ligne et la colonne correspondant à l'information recherchée.
3. Lisez la valeur à l'intersection.

Exemple 2.1 (Lecture d'un tableau de données). Voici un tableau représentant le nombre d'élèves par classe dans un lycée.

Niveau	Seconde	Première	Terminale	Total
Nombre de classes	12	10	8	30
Nombre d'élèves	360	280	200	840

1. Combien y a-t-il de classes de Terminale ?
2. Quel est le nombre total d'élèves en Première ?
3. Quel est le nombre total de classes dans le lycée ?

Solution commentée :

1. À l'intersection de la ligne "Nombre de classes" et de la colonne "Terminale", on lit 8. Il y a 8 classes de Terminale.
2. À l'intersection de la ligne "Nombre d'élèves" et de la colonne "Première", on lit 280. Il y a 280 élèves en Première.
3. À l'intersection de la ligne "Nombre de classes" et de la colonne "Total", on lit 30. Il y a 30 classes au total dans le lycée.

2.2 Calcul de fréquences et pourcentages

Définition

L'**effectif** d'une modalité est le nombre de fois où cette modalité apparaît. La **fréquence absolue** est l'effectif. La **fréquence relative** d'une modalité est le quotient de son effectif par l'effectif total. Elle s'exprime souvent en pourcentage.

Point de méthode

Calculer une fréquence en pourcentage

$$\text{Fréquence (en \%)} = \frac{\text{Effectif de la modalité}}{\text{Effectif total}} \times 100$$

Exemple 2.2 (Calcul de pourcentage). Dans l'exemple précédent, quel pourcentage des élèves sont en Seconde ?

Solution commentée : L'effectif des élèves en Seconde est 360. L'effectif total des élèves est 840. Pourcentage = $\frac{360}{840} \times 100 \approx 42,86\%$. Environ 42,86 % des élèves sont en Seconde.

3 Calcul Numérique et Algébrique

La maîtrise du calcul, qu'il soit numérique ou algébrique, est la base de toute activité mathématique.

3.1 Priorités opératoires et opérations sur les nombres

Propriété

Ordre des opérations (PEMDAS / BEMDAS) 1. **P**arenthèses (ou **B**rackets) 2. **E**xposants (ou **O**rders/Puissances) 3. **M**ultiplication et **D**ivision (de gauche à droite) 4. **A**ddition et **S**oustraction (de gauche à droite)

Point de méthode

Opérer avec des nombres relatifs

- **Addition** : Si mêmes signes, on additionne les valeurs absolues et on garde le signe. Si signes différents, on soustrait les valeurs absolues et on prend le signe du nombre ayant la plus grande valeur absolue.
- **Soustraction** : Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé : $a - b = a + (-b)$.
- **Multiplication/Division** : Le signe du résultat est positif si les deux nombres ont le même signe, négatif sinon.

Exemple 3.1 (Calcul numérique). Calculez : $A = 5 - 3 \times (2 - 7) + 10 \div (-2)$

Solution commentée :

- D'abord les parenthèses : $2 - 7 = -5$. $A = 5 - 3 \times (-5) + 10 \div (-2)$
- Puis multiplications et divisions de gauche à droite : $3 \times (-5) = -15$ $10 \div (-2) = -5$
 $A = 5 - (-15) + (-5)$
- Enfin additions et soustractions de gauche à droite : $A = 5 + 15 - 5$ $A = 20 - 5$ $A = 15$

3.2 Calcul fractionnaire

Point de méthode

Opérer avec des fractions

- **Addition/Soustraction** : Mettre les fractions au même dénominateur, puis additionner/soustraire les numérateurs.
- **Multiplication** : Multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.
- **Division** : Multiplier par l'inverse de la deuxième fraction : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.
- **Simplification** : Diviser le numérateur et le dénominateur par leur plus grand diviseur commun.

Exemple 3.2 (Calcul fractionnaire). Calculez : $B = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{5}$

Solution commentée :

- D'abord la multiplication : $\frac{1}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{1 \times 4}{6 \times 5} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ (simplification par 2) $B = \frac{2}{3} + \frac{2}{15}$
- Puis l'addition (mettre au même dénominateur, le plus petit commun multiple de 3 et 15 est 15) : $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$ $B = \frac{10}{15} + \frac{2}{15} = \frac{10+2}{15} = \frac{12}{15}$
- Simplifier le résultat (diviser par 3) : $B = \frac{4}{5}$

3.3 Calcul avec les puissances

Propriété

Règles des puissances Pour tous nombres réels a, b non nuls et entiers relatifs m, n :

- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemple 3.3 (Calcul avec puissances). Simplifiez l'expression : $C = \frac{(2^3 \times 2^{-5})^2}{2^4}$

Solution commentée :

- D'abord l'intérieur de la parenthèse : $2^3 \times 2^{-5} = 2^{3+(-5)} = 2^{-2}$ $C = \frac{(2^{-2})^2}{2^4}$
- Puis la puissance de puissance : $(2^{-2})^2 = 2^{-2 \times 2} = 2^{-4}$ $C = \frac{2^{-4}}{2^4}$
- Enfin la division de puissances : $\frac{2^{-4}}{2^4} = 2^{-4-4} = 2^{-8}$ $C = 2^{-8} = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256}$

3.4 Calcul littéral

Point de méthode

Développer une expression Appliquez la distributivité simple ($k(a + b) = ka + kb$) ou double $((a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd)$. Pensez aux identités remarquables.

Point de méthode

Factoriser une expression Recherchez un facteur commun ou reconnaissez une identité remarquable.

Point de méthode

Réduire une expression Regroupez les termes de même nature (termes en x^2 , termes en x , termes constants).

Exemple 3.4 (Calcul littéral). Développez et réduisez l'expression : $D = (2x + 3)(x - 1) - 4x$

Solution commentée :

- D'abord, développez le produit $(2x + 3)(x - 1)$: $(2x + 3)(x - 1) = 2x \times x + 2x \times (-1) + 3 \times x + 3 \times (-1) = 2x^2 - 2x + 3x - 3 = 2x^2 + x - 3$
- Ensuite, remplacez dans l'expression de D et réduisez : $D = (2x^2 + x - 3) - 4x$ $D = 2x^2 + x - 3 - 4x$ $D = 2x^2 - 3x - 3$

Exemple 3.5 (Substitution). Calculez la valeur de l'expression $E = 3x^2 - 2x + 5$ pour $x = -2$.

Solution commentée : Remplacez x par (-2) dans l'expression, en faisant attention aux parenthèses et aux signes : $E = 3 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 5$ $E = 3 \times 4 - (-4) + 5$ $E = 12 + 4 + 5$ $E = 21$

Remarque 3.1. La pratique régulière de ces automatismes est la clé de la réussite en mathématiques. Des exercices courts et fréquents permettent de les ancrer durablement.