

Mathématiques - Classe de 4^e

Organisation et Gestion de Données, Fonctions

Table des matières

1	Interpréter, représenter et traiter des données	2
1.1	Lecture et interprétation de diagrammes	2
1.2	Calcul et interprétation de la médiane	3
2	Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités	4
2.1	Vocabulaire des probabilités	5
2.2	Calcul de probabilités	6
3	Résoudre des problèmes de proportionnalité	6
3.1	Identification de situations de proportionnalité	6
3.2	Calcul d'une quatrième proportionnelle	7
4	Comprendre et utiliser la notion de fonction	8
4.1	Définition et représentation d'une fonction	8
4.2	Lecture et interprétation de graphiques de fonctions	9

1 Interpréter, représenter et traiter des données

Cette section aborde les compétences nécessaires pour analyser et présenter des informations numériques. Il s'agit de savoir lire, créer et interpréter différents types de représentations de données, et de comprendre des concepts statistiques de base comme la médiane.

1.1 Lecture et interprétation de diagrammes

Les données peuvent être présentées sous diverses formes graphiques pour faciliter leur compréhension. Parmi celles-ci, les diagrammes circulaires sont couramment utilisés pour représenter des proportions d'un tout.

Définition

Un **diagramme circulaire** est une représentation graphique où un cercle est divisé en secteurs. L'aire de chaque secteur est proportionnelle à la fréquence ou à la quantité qu'il représente.

Point de méthode

Pour lire et interpréter des données à partir d'un diagramme circulaire :

1. Identifiez ce que représente le cercle entier (le total).
2. Lisez la légende pour comprendre à quoi correspondent les différents secteurs (couleurs, motifs, étiquettes).
3. Estimez visuellement la proportion de chaque secteur par rapport au total ou utilisez les pourcentages/valeurs si elles sont indiquées.

Exemple commenté

Considérons le diagramme circulaire des âges des adhérents du club d'échecs d'un collège.

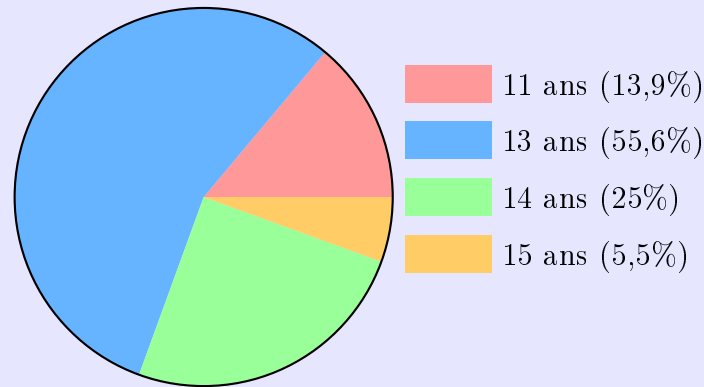


Diagramme circulaire des âges des adhérents
du club d'échecs

Analyse étape par étape :

1. Le cercle représente l'ensemble des adhérents du club d'échecs du collège.
2. La légende indique que les différentes tranches représentent les âges : 11 ans, 13 ans, 14 ans, 15 ans.
3. En observant les tailles des secteurs :
 - La plus grande partie du cercle correspond aux adhérents de 13 ans.
 - La plus petite partie correspond aux adhérents de 15 ans.
 - On peut déduire que la majorité des adhérents ont 13 ans, et qu'il y a très peu d'adhérents de 15 ans.

1.2 Calcul et interprétation de la médiane

La médiane est un indicateur statistique qui permet de décrire le centre d'une série de données.

Définition

La **médiane** d'une série statistique est la valeur qui partage la série, une fois ordonnée, en deux groupes de même effectif. C'est-à-dire qu'au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à la médiane, et au moins la moitié des valeurs sont supérieures ou égales à la médiane.

Point de méthode

Pour déterminer la médiane d'une série de données :

1. **Ordonnez** la série de données par ordre croissant (ou décroissant).
2. **Déterminez l'effectif total** (N) de la série (le nombre de valeurs).
3. **Cas N impair** : La médiane est la valeur située au rang $\frac{N+1}{2}$.
4. **Cas N pair** : La médiane est toute valeur comprise entre les deux valeurs centrales, situées aux rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$. Souvent, on prend la moyenne de ces deux valeurs si les données sont quantitatives.
5. **Interprétez** la médiane en lien avec le contexte des données.

Exemple commenté

Déterminons et interprétons la médiane de la série des âges des adhérents du club d'échecs. Voici le tableau des effectifs :

Âges	11	13	14	15
Effectifs	5	20	9	2

Analyse étape par étape :

1. **Ordonner la série** : La série est déjà ordonnée par âge.
2. **Effectif total** (N) : $N = 5 + 20 + 9 + 2 = 36$.
3. **Cas N pair** : $N = 36$ est pair. Les deux valeurs centrales sont aux rangs $\frac{36}{2} = 18$ et $\frac{36}{2} + 1 = 19$.
4. **Trouver les valeurs aux rangs 18 et 19** :
 - Les 5 premières valeurs sont 11 ans.
 - Les 20 valeurs suivantes sont 13 ans (soit du 6^e au 25^e rang).
 - Donc, la 18^e valeur est 13 ans.
 - Et la 19^e valeur est également 13 ans.
5. La médiane est 13 ans.
6. **Interprétation** : La médiane de 13 ans signifie qu'au moins la moitié des adhérents du club d'échecs ont 13 ans ou moins, et qu'au moins la moitié ont 13 ans ou plus.

Remarque pédagogique

L'utilisation d'un tableur-grapheur peut grandement faciliter le calcul de la médiane et la construction de diagrammes circulaires, surtout pour des séries de données plus importantes.

2 Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

Cette section introduit les bases du calcul des probabilités, qui est l'étude du hasard. Comprendre la probabilité permet de quantifier la chance qu'un événement se produise.

2.1 Vocabulaire des probabilités

Définition

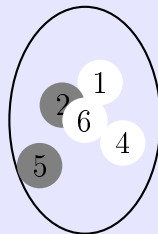
- Une **expérience aléatoire** est une expérience dont le résultat ne peut pas être prédit avec certitude, même si l'on connaît toutes les conditions initiales.
- Les **issues** (ou éventualités) sont tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire.
- Un **événement** est un ensemble d'issues.
- La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime la "chance" qu'il se réalise.
- Un **événement certain** est un événement qui se produira toujours. Sa probabilité est de 1.
- Un **événement impossible** est un événement qui ne se produira jamais. Sa probabilité est de 0.
- L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement qui se réalise si et seulement si A ne se réalise pas. On le note $\bar{A}$ ou A^c .

Propriété

La somme de la probabilité d'un événement et de la probabilité de son événement contraire est égale à 1. Soit $P(A)$ la probabilité de l'événement A, alors $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

Exemple commenté

Considérons une urne contenant des boules blanches ou grises, numérotées comme suit :



Analyse étape par étape :

1. **Expérience aléatoire** : Tirer une boule au hasard de l'urne.
2. **Issues possibles (couleur)** : Les issues possibles si on s'intéresse à la couleur de la boule sont "blanc" ou "gris".
3. **Issues possibles (numéro)** : Les issues possibles si on s'intéresse au numéro écrit sur la boule sont 1, 2, 4, 5, 6.
4. **Événement certain** : "Tirer une boule de l'urne" est un événement certain.
5. **Événement impossible** : "Tirer une boule bleue" est un événement impossible (il n'y a pas de boule bleue dans l'urne).
6. Si la probabilité de gagner à un jeu est de 0,4, l'événement "gagner" a une probabilité $P(\text{gagner}) = 0,4$. L'événement contraire est "perdre". Donc la probabilité de perdre est $P(\text{perdre}) = 1 - P(\text{gagner}) = 1 - 0,4 = 0,6$.

2.2 Calcul de probabilités

Point de méthode

Pour calculer la probabilité d'un événement dans une situation d'équiprobabilité (chaque issue a la même chance de se produire) :

$$P(\text{événement}) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables à l'événement}}{\text{Nombre total d'issues possibles}}$$

Exemple commenté

Une urne contient 1 boule rouge et 4 boules oranges. *Analyse étape par étape :*

1. **Nombre total d'issues possibles** : $1 + 4 = 5$ boules au total.
2. **Nombre d'issues favorables à "tirer une boule orange"** : Il y a 4 boules oranges.
3. **Calcul de la probabilité** : La probabilité de tirer une boule orange est $\frac{4}{5}$.
4. **Expression sous différentes formes** : Cette probabilité correspond à 0,8 ou 80%. Cela signifie qu'il y a 4 chances sur 5 de tirer une boule orange.

Remarque pédagogique

Les probabilités peuvent être exprimées sous forme de fraction, de nombre décimal, ou de pourcentage.

3 Résoudre des problèmes de proportionnalité

La proportionnalité est un concept fondamental en mathématiques qui permet de modéliser de nombreuses situations concrètes.

3.1 Identification de situations de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si l'on peut passer des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant toujours par le même nombre (appelé coefficient de proportionnalité). Graphiquement, une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés avec l'origine du repère.

Point de méthode

Pour reconnaître une situation de proportionnalité à partir d'un graphique :

1. Vérifiez si les points qui représentent les données sont alignés.
2. Vérifiez si la droite passant par ces points passe par l'origine du repère (point (0,0)).

Si ces deux conditions sont remplies, la situation est proportionnelle.

3.2 Calcul d'une quatrième proportionnelle

La recherche d'une quatrième proportionnelle est une compétence clé en proportionnalité. Il existe plusieurs méthodes pour la déterminer.

Point de méthode

Pour calculer une quatrième proportionnelle, si a, b, c sont connus et que a, b sont en proportion avec c, x :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Vous pouvez utiliser différentes procédures :

1. **Retour à l'unité** : Calculez la valeur pour une unité (par exemple, la masse d'une brique), puis multipliez par le nombre d'unités souhaité.
2. **Coefficient de proportionnalité** : Calculez le coefficient par lequel on multiplie la première grandeur pour obtenir la seconde, puis appliquez ce coefficient.
3. **Produit en croix** : Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, alors $a \times x = b \times c$, donc $x = \frac{b \times c}{a}$.
4. **Propriétés de linéarité** : Additionnez, soustrayez ou multipliez les colonnes d'un tableau de proportionnalité par un nombre.

Exemple commenté

Sachant que huit briques de masse identique pèsent 13,6 kg, calculez la masse de six de ces briques. *Analyse étape par étape (méthode au choix)* :

Méthode 1 : Retour à l'unité

1. Masse d'une brique : $13,6 \text{ kg} \div 8 \text{ briques} = 1,7 \text{ kg/brique}$.
2. Masse de six briques : $1,7 \text{ kg/brique} \times 6 \text{ briques} = 10,2 \text{ kg}$.

Méthode 2 : Coefficient de proportionnalité (avec un tableau)

Nombre de briques	8	6
Masse (kg)	13,6	x

Le coefficient de proportionnalité est $\frac{13,6}{8} = 1,7$. Donc $x = 6 \times 1,7 = 10,2 \text{ kg}$.

Méthode 3 : Produit en croix

$$\frac{8}{13,6} = \frac{6}{x} \implies 8 \times x = 13,6 \times 6$$

$$8x = 81,6$$

$$x = \frac{81,6}{8} = 10,2 \text{ kg}$$

Remarque pédagogique

La proportionnalité est largement utilisée en géométrie (agrandissements, réductions, théorème de Thalès) et en physique (loi d'Ohm, vitesse constante).

4 Comprendre et utiliser la notion de fonction

La notion de fonction est essentielle pour décrire les relations de dépendance entre deux grandeurs. Elle permet de modéliser des phénomènes et de faire des prédictions.

4.1 Définition et représentation d'une fonction

Définition

Une **fonction** est un processus qui, à un nombre donné (appelé antécédent), associe un unique nombre (appelé image).

Point de méthode

Une fonction peut être représentée de plusieurs façons :

1. **Par une formule littérale (expression algébrique)** : Elle exprime la relation de dépendance entre les deux grandeurs.
2. **Par un tableau de valeurs** : Il liste des couples (antécédent, image).
3. **Par un graphique** : La représentation graphique d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x, f(x))$.

Exemple commenté

On enlève quatre carrés superposables aux quatre coins d'un rectangle de 20 cm de longueur et 13 cm de largeur. On s'intéresse à l'aire de la figure restante (en blanc).
Analyse étape par étape :

1. **Produire une formule littérale** : Soit x le côté d'un carré retiré. L'aire du rectangle initial est $L \times l = 20 \times 13 = 260 \text{ cm}^2$. L'aire d'un petit carré est $x \times x = x^2$. On retire 4 carrés, donc l'aire retirée est $4x^2$. L'aire de la figure restante ($A(x)$) est :

$$A(x) = 260 - 4x^2$$

Cette formule littérale représente l'aire de la figure restante en fonction de la longueur du côté x des carrés retirés.

2. **Représenter la dépendance par un graphique** : Un élève saurait construire la représentation graphique de cette aire $A(x)$ en fonction de x . (Le tracé exact n'est pas demandé ici mais serait un objectif.)

4.2 Lecture et interprétation de graphiques de fonctions

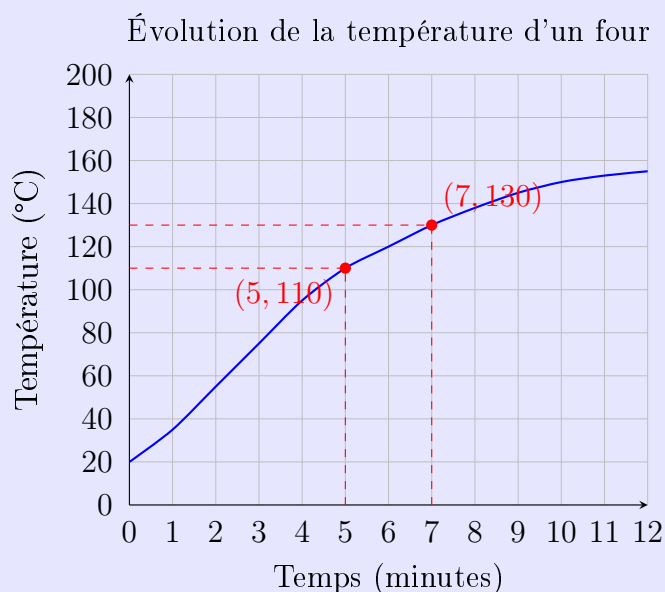
Point de méthode

Pour lire et interpréter différentes valeurs sur un graphique représentant la dépendance de deux grandeurs :

1. **Identifier les axes** : L'axe des abscisses (horizontal) représente généralement l'antécédent (la variable), et l'axe des ordonnées (vertical) représente l'image (la grandeur dépendante).
2. **Lire une image (valeur sur l'ordonnée) à partir d'un antécédent (valeur sur l'abscisse)** :
 - Localisez la valeur de l'antécédent sur l'axe des abscisses.
 - Montez ou descendez verticalement jusqu'à la courbe.
 - Lisez la valeur correspondante sur l'axe des ordonnées.
3. **Lire un antécédent (valeur sur l'abscisse) à partir d'une image (valeur sur l'ordonnée)** :
 - Localisez la valeur de l'image sur l'axe des ordonnées.
 - Déplacez-vous horizontalement jusqu'à la courbe.
 - Lisez la valeur correspondante sur l'axe des abscisses.

Exemple commenté

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la température d'un four en fonction du temps.



Analyse étape par étape :

1. **Déterminer la température du four au bout de 7 min :**
 - Localisez 7 sur l'axe des abscisses (Temps en minutes).
 - Montez verticalement jusqu'à la courbe.
 - Lisez la valeur correspondante sur l'axe des ordonnées (Température en °C).
 - On trouve environ 130 °C.
2. **Déterminer le temps au bout duquel il atteint 110 °C :**
 - Localisez 110 sur l'axe des ordonnées (Température en °C).
 - Déplacez-vous horizontalement jusqu'à la courbe.
 - Lisez la valeur correspondante sur l'axe des abscisses (Temps en minutes).
 - On trouve environ 5 minutes.