
Mathématiques - Classe de 4^e

Recueil d'exercices de réflexion

Programme Officiel : Nombres et Calculs

Ce recueil d'exercices est conçu pour stimuler votre raisonnement, votre autonomie et votre capacité à modéliser des situations mathématiques. Chaque problème est une invitation à explorer, à argumenter et à analyser. Prenez le temps de la réflexion, n'hésitez pas à essayer plusieurs approches et à mobiliser l'ensemble de vos connaissances.

Nombres et Calculs

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Exercice 1 : Les Puissances de 10 et les Préfixes

Un chercheur étudie des bactéries. Il observe une bactérie dont la taille est de 5×10^{-7} mètres. Une autre espèce de bactérie, plus grande, mesure 2 micromètres.

- Exprimez la taille de la première bactérie en utilisant un préfixe adapté.
- Quelle est la taille de la deuxième bactérie en mètres, exprimée en notation scientifique ?
- Laquelle de ces deux bactéries est la plus grande ? Justifiez votre réponse en utilisant les puissances de 10.
- Si l'on aligne 1000 bactéries de la première espèce, quelle longueur totale cela représente-t-il en millimètres ? Exprimez le résultat en notation scientifique.

Exercice 2 : Carrés Parfaits et Racines Carrées

- Sans utiliser de calculatrice, encadrez $\sqrt{150}$ entre deux entiers consécutifs. Expliquez votre démarche.
- Un carré a une aire de 121 cm^2 . Quel est le périmètre de ce carré ?
- Si l'aire d'un carré est de 70 cm^2 , déterminez une valeur approchée au dixième près de la longueur de son côté. Justifiez votre réponse.

Exercice 3 : Comparaison de Nombres Rationnels et Ordres de Grandeur

- Comparez les nombres suivants en justifiant votre méthode : $\frac{3}{7}$ et $\frac{5}{11}$.
- Rangez les nombres suivants par ordre croissant : $-\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $-0,3$; $\frac{7}{20}$.
- La distance moyenne entre la Terre et la Lune est d'environ $3,84 \times 10^5 \text{ km}$. La longueur d'une piscine olympique est de 50 m. Donnez un ordre de grandeur du rapport entre ces deux distances. Que représente ce rapport ?

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

Exercice 4 : Opérations sur les Nombres Rationnels

- Calculez mentalement le résultat de $-8,5 \times (-2)$ et de $4,8 \div (-0,6)$.
- Déterminez le signe de l'expression suivante sans effectuer le calcul : $\frac{(-2,3) \times 5 \times (-1,5) \times (-0,1)}{-(7 \times (-0,4))}$. Justifiez votre réponse.
- Effectuez le calcul suivant à la main, en détaillant les étapes : $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{9}$. Vérifiez votre résultat à l'aide d'une calculatrice.
- Un réservoir est rempli aux trois quarts de sa capacité. On y ajoute ensuite les deux cinquièmes du volume restant. Quelle fraction du réservoir est désormais remplie ?

Exercice 5 : Racine Carrée et Géométrie

- Un terrain de football est un rectangle de 105 m de long et 68 m de large. Un joueur court en diagonale d'un coin à l'autre. Calculez la distance exacte parcourue par le joueur, puis donnez une valeur approchée au centimètre près.
- Un artiste souhaite créer une mosaïque en forme de disque d'une aire de 28 cm^2 . Quel est le rayon de ce disque ? Donnez une valeur approchée au millimètre près.
- Sans calculatrice, estimez l'aire d'un carré dont le côté mesure environ 3,1 cm.

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Exercice 6 : Nombres Premiers et Fractions

- a) Énumérez tous les nombres premiers compris entre 40 et 60.
- b) Décomposez le nombre 360 en produit de facteurs premiers.
- c) Sans utiliser de calculatrice, simplifiez la fraction $\frac{126}{210}$ au maximum en utilisant la décomposition en facteurs premiers.
- d) Un pâtissier dispose de 144 macarons au chocolat et de 108 macarons à la vanille. Il souhaite réaliser des lots identiques de macarons, en utilisant tous les macarons. Quel est le nombre maximal de lots qu'il peut faire ? Quelle sera la composition de chaque lot ?

Exercice 7 : Problèmes de Divisibilité

- a) On cherche un nombre entier compris entre 100 et 150 qui est divisible par 3, 5 et 7. Trouvez ce nombre.
- b) Un groupe d'amis souhaite se partager équitablement un paquet de bonbons. Si le paquet contient 72 bonbons, et que chaque ami doit avoir le même nombre de bonbons, quels sont les nombres possibles d'amis dans ce groupe ?

Utiliser le calcul littéral

Exercice 8 : Développer, Factoriser et Réduire

- a) Développez et réduisez les expressions suivantes :
 - i) $5(2x - 3)$
 - ii) $2x(x + 7)$
 - iii) $10x - 3x(2 - x)$
- b) Factorisez les expressions suivantes :
 - i) $18x + 45$
 - ii) $7x^2 - 21x$
 - iii) $14x^2 + 7$
- c) Montrez que les deux expressions suivantes sont équivalentes : $A = 4(3x - 2) + 5x$ et $B = 17x - 8$.

Exercice 9 : Mise en Équation et Résolution

- a) On considère le problème suivant : "J'ai choisi un nombre. Je l'ai multiplié par 5, puis j'ai ajouté 7 au résultat. J'ai obtenu 32."
 - i) Mettez ce problème en équation en choisissant une lettre pour le nombre inconnu.
 - ii) Résolvez l'équation pour trouver le nombre choisi.
- b) Testez si le nombre 2 est solution des équations suivantes :
 - i) $3x + 4 = 10$
 - ii) $5x - 1 = 2x + 5$
 - iii) $x^2 + 3 = 7$
- c) Résolvez les équations du premier degré suivantes :
 - i) $6x - 8 = 0$
 - ii) $4x + 9 = 2x - 1$
 - iii) $\frac{x+3}{5} = \frac{2}{3}$

Exercice 10 : Programmes de Calcul

Comparez les deux programmes de calcul suivants en expliquant votre raisonnement. Sont-ils équivalents ?

- **Programme A** : Choisir un nombre, lui soustraire 4, puis multiplier le résultat par 3.
- **Programme B** : Choisir un nombre, le tripler, puis lui soustraire 12.