

Recueil d'exercices de réflexion

Mathématiques - 3^e année

NOMBRES ET CALCULS

NOMBRES ET CALCULS

Ces exercices sont conçus pour stimuler votre raisonnement, votre autonomie et votre capacité à modéliser des situations mathématiques variées. Prenez le temps de bien comprendre chaque énoncé et d'explorer différentes pistes de résolution.

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Exercice 1 : La balle rebondissante

Une balle est lâchée d'une hauteur de 1 mètre. À chaque rebond, elle remonte aux trois quarts de la hauteur d'où elle est tombée.

1. Quelle est la hauteur de la balle au premier rebond ?
2. Quelle est la hauteur de la balle au troisième rebond ?
3. Si la balle a rebondi n fois, quelle est l'expression de sa hauteur en fonction de n ?
4. Combien de rebonds sont nécessaires pour que la hauteur de la balle soit inférieure à 10 cm pour la première fois ?

Exercice 2 : La prolifération des bactéries

Une bactérie se divise en deux bactéries, et chacune des deux bactéries obtenues se partage en deux nouvelles bactéries. Dans des conditions favorables, le nombre de bactéries peut doubler toutes les trente minutes. Un chercheur place une bactérie dans ces conditions.

1. Combien de bactéries obtient-il au bout d'une heure ?
2. Combien de milliards de bactéries obtient-il au bout de 18 heures ?
3. Si le processus de division continue, au bout de combien de temps le nombre de bactéries dépassera-t-il 10^{18} ? Exprimez le résultat en heures et minutes.

Exercice 3 : Masse atomique

Il y a environ 2×10^{15} atomes de cuivre dans 211 ng de cuivre.

1. Quelle est environ la masse d'un atome de cuivre ? Exprimez le résultat en nanogrammes, puis en grammes en utilisant la notation scientifique.
2. Si une mole de cuivre contient environ 6.022×10^{23} atomes (nombre d'Avogadro), quelle est la masse d'une mole de cuivre en grammes ?

Exercice 4 : Aire d'un carré et racines carrées

Déterminez la valeur exacte, puis une valeur approchée au millimètre près, de la longueur du côté d'un carré dont l'aire est de 17 cm².

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Exercice 5 : Les ampoules clignotantes

Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. À minuit, elles s'allument ensemble.

1. Décomposez 153 et 187 en produits de facteurs premiers.
2. Déterminez l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.
3. Si les ampoules clignotaient toutes les A secondes et B secondes, expliquez comment déterminer le moment où elles clignoteront de nouveau ensemble pour la première fois.

Exercice 6 : Simplification de fractions

Rendez irréductibles les fractions suivantes :

1. $\frac{66}{30}$
2. $\frac{12}{51}$
3. $\frac{140}{340}$
4. $\frac{7140}{2310}$

Exercice 7 : Problème de divisibilité

Un confiseur dispose de 306 bonbons à la menthe et de 2220 bonbons au chocolat. Il souhaite faire le plus grand nombre de paquets identiques possibles, sans qu'il reste de bonbons.

1. Quel est le nombre maximum de paquets qu'il peut réaliser ?
2. Quelle sera la composition de chaque paquet ?

Utiliser le calcul littéral

Exercice 8 : Rentabilité d'un récupérateur d'eau

La facture d'eau annuelle d'un jardinier s'élève à 545 €. Il prévoit d'économiser 55 € par an en installant un récupérateur d'eau de pluie. Le récupérateur a coûté 199 € à l'achat et nécessitera chaque année 13 € pour l'entretien (nettoyage, tuyau...).

1. Exprimez en fonction du nombre d'années n le coût total du récupérateur d'eau (achat + entretien).
2. Exprimez en fonction du nombre d'années n le montant total des économies réalisées.
3. Au bout de combien d'années l'installation sera-t-elle rentable ? Détaillez votre démarche.

Exercice 9 : Équations et expressions littérales

Résolvez les équations suivantes :

1. $-3x = 12$
2. $4x - 8 = 7x + 4$
3. $5(7 - 2.2x) = 9 - 6x$
4. $(2.5x - 7)(8x - 9.6) = 0$
5. $x^2 = 20$

Factorisez les expressions suivantes :

1. $5a + 15b$
2. $12x^2 - 15x$
3. $16x^2 - 144$
4. $x^2 - 13$

Développez et réduisez les expressions suivantes :

1. $(2x - 3)(5x + 7)$
2. $-4x(6 - 3x)$
3. $3(2x + 1) - (6 - x)$
4. $(x + 6)(x - 6)$
5. $(2x - 5)(2x + 5)$