

Recueil d'exercices de réflexion

Espace et Géométrie

Introduction

Ce recueil d'exercices est conçu pour les élèves de 3ème souhaitant approfondir leurs connaissances en Espace et Géométrie. L'objectif est de développer le raisonnement, l'autonomie et la capacité à modéliser des situations variées. Les problèmes proposés sont ouverts, favorisant la prise d'initiative et la mobilisation de plusieurs notions simultanément. Ils sont présentés dans des contextes riches, propices à l'argumentation, à l'analyse et à la modélisation. Aucune solution n'est fournie, afin de stimuler une recherche approfondie et personnelle.

Rappel des attendus de fin d'année (Espace et Géométrie)

Représenter l'espace

- Il se repère sur une sphère (latitude, longitude).
- Il construit et met en relation différentes représentations des solides étudiés au cours du cycle (représentations en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe, patrons) et leurs sections planes.

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

- À partir des connaissances suivantes :
 - le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration papillon ;
 - les triangles semblables : une définition et une propriété caractéristique ;
 - les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente,il transforme une figure par rotation et par homothétie et il comprend l'effet d'une rotation et d'une homothétie.
- Il identifie des rotations et des homothéties dans des frises, des pavages et des rosaces.
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie.

Exercices

Exercice 1 : La sphère et les chemins

Imaginez deux villes, A et B, situées sur l'équateur terrestre. La ville A est à 0° de longitude et la ville B est à 90° Est de longitude. Un voyageur souhaite se rendre de A à B.

1. Décrivez deux chemins possibles pour aller de A à B en restant à la surface de la Terre. L'un des chemins suit l'équateur, et l'autre passe par le pôle Nord.
2. Sans faire de calculs précis, quel chemin vous semble le plus court ? Justifiez votre intuition.
3. Si la Terre est une sphère parfaite de rayon R , comment pourriez-vous modéliser la longueur de ces deux chemins ? Quels outils mathématiques seraient nécessaires pour comparer ces longueurs de manière rigoureuse ?

Exercice 2 : Sections de solides

Considérez un cylindre de révolution.

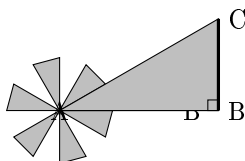
1. Décrivez différentes formes que l'on peut obtenir en coupant ce cylindre par un plan. Donnez des exemples de positions du plan par rapport au cylindre.
2. Si le cylindre a un rayon de base de R et une hauteur de H , comment varie la forme et les dimensions de la section lorsque le plan est parallèle à l'axe du cylindre et qu'il s'éloigne progressivement de cet axe ?
3. Proposez une section de ce cylindre qui ne soit ni un cercle, ni un rectangle. Expliquez votre raisonnement et esquissez la forme obtenue.

Exercice 3 : Agrandissement et réduction

On vous donne une figure plane complexe, composée de plusieurs polygones et arcs de cercle. Vous souhaitez réaliser une affiche de cette figure en l'agrandissant.

1. Si vous multipliez toutes les longueurs de la figure originale par un facteur k , que deviennent les aires des polygones et les longueurs des arcs de cercle dans la figure agrandie ? Justifiez votre réponse.
2. Supposons que l'aire totale de la figure originale soit A_0 . Si l'aire de l'affiche agrandie est A_1 , comment pouvez-vous déterminer le facteur d'agrandissement k ?
3. Imaginez que vous ayez une photocopieuse capable de réaliser des agrandissements et des réductions. Vous avez une figure dont l'aire est 100 cm^2 . Vous souhaitez obtenir une figure dont l'aire est 25 cm^2 et une autre dont l'aire est 400 cm^2 . Quelles opérations devez-vous effectuer avec la photocopieuse ?

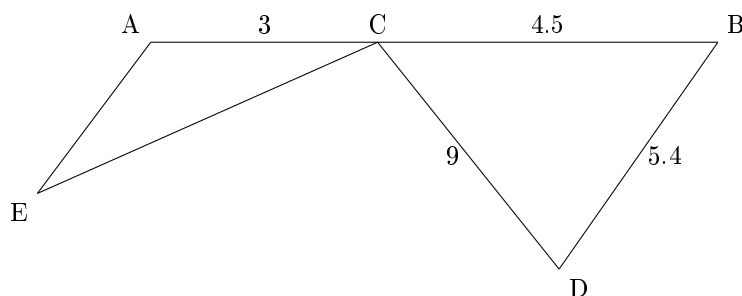
Exercice 4 : Rosace et transformations



La figure ci-dessus est obtenue à partir du triangle rectangle en B, ABC, par des rotations successives de centre A et d'angle 60° .

1. Décrivez précisément les transformations géométriques utilisées pour construire cette rosace.
2. Justifiez pourquoi la figure est composée de 6 triangles rectangles.
3. Si l'aire du triangle ABC est de 10 cm^2 , quelle est l'aire totale de la rosace ? Expliquez votre raisonnement.
4. Pourriez-vous obtenir une rosace similaire en utilisant une homothétie au lieu de rotations ? Pourquoi ou pourquoi pas ?

Exercice 5 : Thalès et triangles semblables



Sur la figure ci-contre :

- le point C appartient au segment $[AB]$;
 - $AC=3$; $AB=7,5$; $BD=5,4$ et $CD=9$;
 - les droites (AE) et (CD) sont parallèles ;
 - les droites (CE) et (BD) sont parallèles.
1. Démontrez que les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CAE}$ ont même mesure.
 2. Démontrez que les triangles ACE et CBD sont semblables.
 3. En déduisez les longueurs des côtés du triangle ACE .
 4. Si le triangle CBD est un agrandissement ou une réduction du triangle ACE , quel est le rapport de cette transformation ?

Exercice 6 : Détermination de grandeurs avec trigonométrie

Un observateur se trouve au point O , à une distance inconnue du pied d'un arbre (point A). Il mesure l'angle d'élévation du sommet de l'arbre (point S) et trouve 40° . Il recule ensuite de 10 mètres jusqu'au point O' et mesure à nouveau l'angle d'élévation, qui est cette fois de 30° . L'œil de l'observateur est à 1.60 m du sol.

1. Faites un schéma de la situation en identifiant les points O , O' , A , S et l'œil de l'observateur.
2. En utilisant les lignes trigonométriques, exprimez la hauteur de l'arbre en fonction des données connues et de la distance OA .
3. Sans résoudre le problème, expliquez comment vous pourriez déterminer la hauteur de l'arbre et la distance initiale OA . Quels types d'équations seriez-vous amené à résoudre ?