

Recueil d'exercices d'application - Seconde Générale et Technologique

Nombres et calculs

Ce recueil propose des exercices d'application pour la partie "Nombres et calculs" du programme de mathématiques de seconde générale et technologique. Ces exercices sont conçus pour permettre un entraînement progressif et structuré, couvrant les savoir-faire essentiels.

1. Manipuler les nombres réels

1.1. Ensembles de nombres et intervalles

Ex. 1. **Appartenance à un ensemble** Compléter le tableau suivant en indiquant si le nombre appartient à l'ensemble donné (Oui/Non) :

Nombre	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$
5				
-3				
1,25				
$\frac{1}{3}$				
$\sqrt{2}$				
$\frac{6}{2}$				

Ex. 2. **Identification d'ensembles de nombres** Citer un nombre qui appartient à :

- a) $\mathbb{N}$ mais pas à $\mathbb{Z}$
- b) $\mathbb{Z}$ mais pas à $\mathbb{D}$
- c) $\mathbb{D}$ mais pas à $\mathbb{Q}$
- d) $\mathbb{Q}$ mais pas à $\mathbb{R}$
- e) $\mathbb{R}$ mais pas à $\mathbb{Q}$

Ex. 3. **Représentation d'intervalles** Représenter sur une droite graduée les intervalles suivants :

- a) $[-2; 5]$
- b) $]0; 4[$
- c) $[1; +\infty[$
- d) $] - \infty; 3[$
- e) $] - 1; 2]$

Ex. 4. **Écriture d'intervalles** Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des nombres réels x tels que :

- a) $x \geq -1$
- b) $x < 7$
- c) $2 < x \leq 6$
- d) $-3 \leq x \leq 0$
- e) $x > 4$

Ex. 5. **Intersection et union d'intervalles** Soient les intervalles $I = [-3; 4]$ et $J = [1; 6]$. Déterminer :

- a) $I \cap J$
- b) $I \cup J$

Ex. 6. **Distance et valeur absolue**

- a) Calculer la distance entre les nombres réels suivants :
 - i) 2 et 7
 - ii) -3 et 5
 - iii) -4 et -9
- b) Écrire sans valeur absolue les expressions suivantes :

- i) $|-5|$
- ii) $|3-8|$
- iii) $|x-2|$ si $x \geq 2$
- iv) $|x-2|$ si $x < 2$

Ex. 7. **Intervalle centré** Caractériser l'intervalle $[a-r, a+r]$ par une condition de la forme $|x-a| \leq r$ pour :

- a) $[2; 8]$
- b) $[-1; 5]$
- c) $[0; 10]$

Ex. 8. **Encadrement décimal** Donner un encadrement décimal à 10^{-2} près de :

- a) $\sqrt{3}$
- b) π
- c) $\frac{7}{3}$

Ex. 9. **Nombres irrationnels** Donner un exemple de nombre irrationnel qui est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont des entiers.

1.2. Calcul sur les puissances et les racines carrées

Ex. 10. **Calculs de puissances** Calculer les expressions suivantes :

- a) 2^5
- b) $(-3)^3$
- c) 10^{-2}
- d) $(\frac{1}{2})^4$
- e) $(0.1)^3$

Ex. 11. **Propriétés des puissances** Écrire sous la forme d'une seule puissance :

- a) $3^2 \times 3^4$
- b) $\frac{5^7}{5^3}$
- c) $(2^3)^2$
- d) $7^5 \times 2^5$
- e) $\frac{12^4}{3^4}$

Ex. 12. **Calculs de racines carrées** Calculer ou simplifier les expressions suivantes :

- a) $\sqrt{49}$
- b) $\sqrt{121}$
- c) $\sqrt{81} + \sqrt{16}$
- d) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$
- e) $\sqrt{\frac{25}{9}}$

Ex. 13. **Relation** $\sqrt{a^2} = |a|$ Simplifier les expressions suivantes :

- a) $\sqrt{(-7)^2}$
- b) $\sqrt{(x-3)^2}$ si $x \geq 3$
- c) $\sqrt{(x-3)^2}$ si $x < 3$
- d) $\sqrt{x^2}$

1.3. Nombres premiers, multiples et diviseurs

Ex. 14. **Multiples et diviseurs**

- a) Donner tous les diviseurs de 24.
- b) Donner les cinq premiers multiples de 7.

Ex. 15. **Nombres pairs et impairs** Déterminer si les nombres suivants sont pairs ou impairs :

- a) 42
- b) 75

- c) $2 \times 13 + 1$
- d) 2×18

Ex. 16. **Nombres premiers**

- a) Les nombres suivants sont-ils premiers ? Justifier.
 - i) 17
 - ii) 21
 - iii) 29
 - iv) 51
- b) Donner la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 30.

Ex. 17. **Forme irréductible** Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible :

- a) $\frac{15}{20}$
- b) $\frac{36}{48}$
- c) $\frac{105}{75}$

2. Utiliser le calcul littéral

2.1. Expressions algébriques et identités remarquables

Ex. 18. **Développement d'expressions** Développer et réduire les expressions suivantes :

- a) $(x + 3)^2$
- b) $(2x - 5)^2$
- c) $(4x + 1)(4x - 1)$
- d) $(x + 2)(x - 7)$
- e) $(3x - 1)(2x + 4)$

Ex. 19. **Factorisation d'expressions** Factoriser les expressions suivantes :

- a) $9x^2 - 16$
- b) $x^2 + 6x + 9$
- c) $25x^2 - 10x + 1$
- d) $7x + 14$
- e) $x^2 - 5x$

Ex. 20. **Choix de la forme** On considère l'expression $A(x) = (x + 3)^2 - 25$.

- a) Développer $A(x)$.
- b) Factoriser $A(x)$.
- c) Choisir la forme la plus adaptée pour calculer $A(2)$, $A(-3)$, $A(5)$.
- d) Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre $A(x) = 0$.

Ex. 21. **Expressions fractionnaires** Simplifier les expressions fractionnaires suivantes :

- a) $\frac{x^2-4}{x-2}$ pour $x \neq 2$
- b) $\frac{x^2+2x+1}{x+1}$ pour $x \neq -1$

2.2. Inégalités et résolution d'inéquations

Ex. 23. **Comparaison de quantités** Comparer les quantités suivantes en utilisant leur différence :

- a) $2x + 1$ et $2x - 3$
- b) $(x + 1)^2$ et $x^2 + 2x$

Ex. 24. **Résolution d'inéquations du premier degré** Résoudre les inéquations suivantes et exprimer les solutions sous forme d'intervalle :

- a) $3x - 5 > 4$
- b) $-2x + 1 \leq 7$
- c) $4x + 2 < x - 7$
- d) $\frac{x}{2} + 3 \geq x - 1$

Ex. 25. **Modélisation par une inéquation** Un élève doit obtenir une moyenne d'au moins 12 pour valider son trimestre. Il a déjà les notes de 10, 13 et 11. Quelle note x doit-il obtenir au minimum à son prochain devoir (qui a le même coefficient que les autres) pour valider son trimestre ? Écrire et résoudre l'inéquation correspondante.

Ex. 26. **Tableau de signes** Établir le tableau de signes des expressions suivantes :

a) $(x - 3)(x + 2)$

b) $\frac{x+1}{x-4}$

Ex. 27. **Résolution d'inéquations produit ou quotient** Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes :

a) $(x - 5)(2x + 1) \leq 0$

b) $\frac{3x-6}{x+2} > 0$

2.3. Exprimer une variable en fonction des autres

Ex. 29. **Formules physiques** Exprimer la variable demandée en fonction des autres :

a) Si $U = RI$, exprimer R en fonction de U et I .

b) Si $d = vt$, exprimer t en fonction de d et v .

c) Si $S = \pi r^2$, exprimer r^2 en fonction de S et π .

d) Si $V = \pi r^2 h$, exprimer h en fonction de V , π et r .

Ex. 30. **Relation linéaire** Dans chaque cas, exprimer y en fonction de x :

a) $2x + y = 5$

b) $3x - 4y = 12$

c) $-x + 2y = 0$