

Recueil d'exercices : Probabilités et Statistiques (Première Générale)

<https://exomaths.fr>

18 juin 2025

Introduction

Ce recueil propose une série d'exercices d'application en probabilités et statistiques, conformes au programme de Première Générale. Les exercices sont classés par thème et par ordre de difficulté croissante afin de permettre un entraînement progressif et rigoureux.

1 Probabilités conditionnelles et indépendance

1.1 Calcul de probabilités conditionnelles

Exercice 1 Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles. Parmi les filles, 40% sont en section scientifique. Parmi les garçons, 60% sont en section scientifique. On choisit un élève au hasard dans le lycée.

1. Construire un tableau à double entrée ou un arbre pondéré représentant la situation.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille et qu'elle soit en section scientifique ?
3. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit en section scientifique ?
4. Sachant que l'élève choisi est en section scientifique, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Exercice 2 Une maladie touche 2% de la population. Un test de dépistage est mis au point.

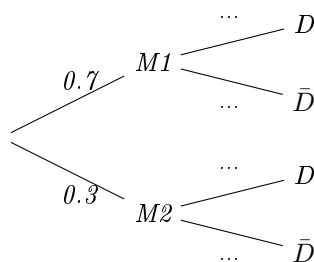
- Si une personne est malade, le test est positif dans 95% des cas.
- Si une personne n'est pas malade, le test est positif dans 1% des cas (faux positif).

On choisit une personne au hasard dans la population et on lui fait passer le test.

1. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la personne soit malade et que son test soit positif.
3. Calculer la probabilité que le test soit positif.
4. Sachant que le test est positif, quelle est la probabilité que la personne soit réellement malade ?

Exercice 3 Une usine fabrique des pièces électroniques. Deux machines, $M1$ et $M2$, se partagent la production. $M1$ produit 70% des pièces et $M2$ produit les 30% restantes. La machine $M1$ produit 2% de pièces défectueuses. La machine $M2$ produit 5% de pièces défectueuses.

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. Calculer la probabilité qu'une pièce choisie au hasard soit défectueuse.
3. Une pièce est choisie au hasard et s'avère défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite par la machine $M1$?

1.2 Indépendance d'événements

Exercice 4 Dans une classe de 30 élèves, 18 aiment les mathématiques (M) et 12 aiment la physique (P). Parmi les élèves qui aiment les mathématiques, 10 aiment aussi la physique. On interroge un élève au hasard.

1. Représenter cette situation par un tableau d'effectifs.
2. Calculer $P(M)$, $P(P)$ et $P(M \cap P)$.
3. Les événements M et P sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

Exercice 5 On considère deux événements A et B tels que $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ et $P(A \cup B) = 0.7$.

1. Calculer $P(A \cap B)$.
2. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 6 Un jeu de société propose deux types de cartes : "Question" et "Action". Sur chaque carte "Question", il y a une probabilité de 0.6 de donner un point. Sur chaque carte "Action", il y a une probabilité de 0.8 de donner un point. Le jeu contient 70% de cartes "Question" et 30% de cartes "Action". On pioche une carte au hasard. On note Q l'événement "la carte est une Question" et G l'événement "la carte donne un point".

1. Les événements Q et G sont-ils indépendants ? Justifier par un calcul.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un point.

2 Variables aléatoires réelles

2.1 Loi de probabilité d'une variable aléatoire

Exercice 7 On lance deux pièces de monnaie équilibrées. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de faces obtenues.

1. Quelles sont les valeurs possibles que peut prendre X ?
2. Déterminer la loi de probabilité de X . Présenter les résultats dans un tableau.
3. Représenter graphiquement cette loi de probabilité (diagramme en bâtons).

Exercice 8 Un joueur lance un dé équilibré à six faces.

- S'il obtient un 6, il gagne 10 €.
- S'il obtient un 1 ou un 2, il perd 5 €.
- Sinon, il ne gagne ni ne perd rien.

Soit G la variable aléatoire représentant le gain (algébrique) du joueur.

1. Quelles sont les valeurs prises par G ?
2. Déterminer la loi de probabilité de G .
3. Le jeu est-il équitable ? Justifier votre réponse à l'aide d'un calcul.

Exercice 9 Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire simultanément 2 boules de l'urne. Soit N la variable aléatoire qui compte le nombre de boules vertes tirées.

1. Déterminer l'ensemble des valeurs possibles de N .
2. Déterminer la loi de probabilité de N . (On pourra utiliser des combinaisons pour calculer le nombre de tirages possibles).

2.2 Espérance, variance et écart type

Exercice 10 Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0.1	0.3	0.4	0.2

1. Calculer l'espérance $E(X)$.
2. Calculer la variance $V(X)$.
3. Calculer l'écart type $\sigma(X)$.

Exercice 11 Un jeu consiste à tirer une carte d'un jeu de 32 cartes bien mélangé.

- Si la carte est un as, le joueur gagne 10 €.
- Si la carte est une figure (roi, dame, valet), le joueur gagne 3 €.
- Sinon, le joueur perd 2 €.

Soit G la variable aléatoire représentant le gain du joueur.

1. Déterminer la loi de probabilité de G .
2. Calculer l'espérance de G . Interpréter ce résultat.
3. Calculer l'écart type de G .

Exercice 12 On dispose d'une urne contenant 3 boules blanches et 2 boules noires. On tire successivement et sans remise 2 boules de l'urne. On considère la variable aléatoire N égale au nombre de boules noires tirées.

1. Représenter la situation par un arbre des possibles.
2. Déterminer la loi de probabilité de N .
3. Calculer l'espérance $E(N)$ et la variance $V(N)$.

3 Expérimentations et Fluctuations d'échantillonnage

Exercice 13 Une usine fabrique des ampoules. La proportion d'ampoules défectueuses est de 5%. On prélève un échantillon de 100 ampoules.

1. Expliquer comment simuler le prélèvement d'une ampoule (défectueuse ou non) en utilisant un tableur ou un langage de programmation.
2. Proposer une démarche pour simuler le prélèvement d'un échantillon de 100 ampoules et estimer la proportion d'ampoules défectueuses dans cet échantillon.
3. Réaliser 10 simulations de cet échantillon et noter les proportions observées. Que constatez-vous ?
4. Expliquer l'intérêt de répéter un grand nombre de fois cette simulation.

Exercice 14 On lance une pièce de monnaie truquée. La probabilité d'obtenir "Pile" est de $p = 0.4$. On réalise une série de n lancers. Soit F_n la fréquence d'apparition de "Pile" sur ces n lancers.

1. En utilisant un logiciel (Python, calculatrice, tableur), simuler $n = 50$ lancers et donner la valeur de F_{50} .
2. Répéter la simulation précédente 20 fois et regrouper les résultats dans un tableau.
3. Simuler $n = 1000$ lancers et donner la valeur de F_{1000} . Comparer avec la valeur p .
4. Que pouvez-vous dire de la fréquence F_n lorsque n devient très grand ? Citer le théorème associé à ce phénomène.

Exercice 15 Un sondage d'opinion est réalisé auprès de 400 personnes pour connaître leur avis sur un nouveau produit. 60% des personnes interrogées se déclarent satisfaites.

1. Identifier la proportion théorique p si le sondage était parfaitement représentatif de la population générale.
2. En réalité, cette proportion de 60% est une fréquence observée sur un échantillon. Expliquer pourquoi cette fréquence peut différer de la proportion réelle dans la population.
3. Sans faire de calculs complexes, quel intervalle (intervalle de fluctuation) pourrait être utilisé pour vérifier si le résultat du sondage est significatif au seuil de 95% ?
4. Discuter de l'impact de la taille de l'échantillon sur la précision de l'estimation.