

Recueil d'Exercices d'Application - Géométrie

Mathématiques - Première Générale

Juin 2025

Contents

1	Calcul Vectoriel et Produit Scalaire	2
1.1	Calcul du produit scalaire et orthogonalité	2
1.2	Propriétés du produit scalaire et identités remarquables	3
2	Géométrie Repérée	3
2.1	Droites et vecteurs normaux	3
2.2	Cercles	4
2.3	Paraboles	4

1 Calcul Vectoriel et Produit Scalaire

1.1 Calcul du produit scalaire et orthogonalité

Exercice 1. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les vecteurs $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(1; 4)$. Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

Exercice 2. Soient $\vec{a}$ et $\vec{b}$ deux vecteurs tels que $\|\vec{a}\| = 5$, $\|\vec{b}\| = 3$ et l'angle $(\vec{a}, \vec{b})$ mesure 60° . Calculer $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Exercice 3. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(1; 2)$, $B(5; -1)$ et $C(3; 5)$.

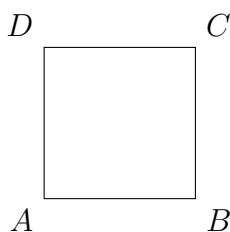
- a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$.
- b) Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- c) Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier votre réponse.

Exercice 4. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$. Déterminer la mesure de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ en degrés (arrondir au dixième si nécessaire).

Exercice 5. Dans un triangle ABC , on donne $AB = 7$, $AC = 4$ et $BC = 6$. Calculer la valeur de $\cos(\widehat{BAC})$ puis en déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.

Exercice 6. Soit un carré $ABCD$ de côté a . Calculer les produits scalaires suivants:

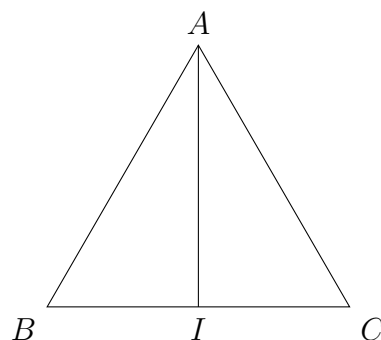
- a) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$
- b) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$
- c) $\vec{BA} \cdot \vec{DC}$



Exercice 7. Soient les points $A(2; 1)$, $B(4; 5)$ et $C(1; 3)$ dans un repère orthonormé. Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$. Le triangle ABC est-il rectangle en C ?

Exercice 8. Soit un triangle équilatéral ABC de côté 4. On considère I le milieu de $[BC]$.

- a) Calculer AI .
- b) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
- c) Calculer $\vec{AI} \cdot \vec{BC}$. Justifier le résultat.



1.2 Propriétés du produit scalaire et identités remarquables

- Exercice 9. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $||\vec{u}|| = 3$, $||\vec{v}|| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$. Calculer les normes $||\vec{u} + \vec{v}||$ et $||\vec{u} - \vec{v}||$.
- Exercice 10. Développer les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables du produit scalaire:
- a) $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} + 2\vec{v})$
 - b) $(3\vec{a} - \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b})$
 - c) $(4\vec{x} + \vec{y}) \cdot (4\vec{x} - \vec{y})$
- Exercice 11. Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-2; 1)$ et $B(4; 3)$. Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$. Quelle est la nature de cet ensemble ? Donner ses caractéristiques (centre, rayon).
- Exercice 12. Soient A et B deux points distants de 6 cm. Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 16$.
- Exercice 13. Soit un triangle ABC tel que $AB = 3$, $AC = 5$ et $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Calculer la longueur BC .
- Exercice 14. Dans un triangle RST , on a $RS = 8$, $ST = 10$ et $RT = 12$. Calculer $\cos(\widehat{RST})$ et $\cos(\widehat{STR})$.

2 Géométrie Repérée

2.1 Droites et vecteurs normaux

- Exercice 15. Pour chaque équation de droite, donner les coordonnées d'un vecteur normal et d'un vecteur directeur:
- a) $D_1 : 2x - 3y + 5 = 0$
 - b) $D_2 : -x + 4y - 1 = 0$
 - c) $D_3 : y = 5x - 2$
 - d) $D_4 : 7x + 1 = 0$
- Exercice 16. Déterminer une équation cartésienne de la droite D passant par le point $A(2; -1)$ et admettant le vecteur $\vec{n}(3; 4)$ pour vecteur normal.

-
- Exercice 17. Déterminer une équation cartésienne de la droite D' passant par $B(-3;0)$ et parallèle à la droite d'équation $5x - 2y + 7 = 0$.
- Exercice 18. Soit la droite D d'équation $3x + y - 4 = 0$. Déterminer l'équation de la droite D' qui passe par le point $P(1;5)$ et qui est perpendiculaire à D .
- Exercice 19. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal H du point $P(3;2)$ sur la droite D d'équation $x + 2y - 5 = 0$.
- Exercice 20. On donne les points $A(1;4)$, $B(5;0)$ et $C(-1;2)$. Déterminer l'équation de la hauteur issue de A dans le triangle ABC . (La hauteur est la droite passant par A et perpendiculaire à BC).

2.2 Cercles

- Exercice 21. Donner l'équation du cercle $\mathcal{C}$ dans chacun des cas suivants:
- a) $\mathcal{C}$ a pour centre $\Omega(2; -3)$ et pour rayon $R = 5$.
 - b) $\mathcal{C}$ a pour centre $\Omega(0;0)$ et passe par le point $A(3; -4)$.
 - c) $\mathcal{C}$ a pour diamètre le segment $[AB]$ avec $A(-1;2)$ et $B(5;4)$.
- Exercice 22. Pour chacune des équations suivantes, déterminer s'il s'agit d'un cercle. Si oui, préciser son centre et son rayon.
- a) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$
 - b) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 20 = 0$
 - c) $x^2 + y^2 + 10x - 7 = 0$
- Exercice 23. Déterminer l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$.
- Exercice 24. Le point $A(1;1)$ est-il situé sur le cercle d'équation $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 17$? Justifier.
- Exercice 25. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ d'équation $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ et de la droite D d'équation $y = x - 1$.

2.3 Paraboles

- Exercice 26. Pour chacune des fonctions polynômes du second degré, déterminer les coordonnées du sommet de sa parabole représentative et l'équation de son axe de symétrie:
- a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
 - b) $g(x) = -2x^2 - 6x + 1$
 - c) $h(x) = 3x^2 + 12x$
 - d) $k(x) = -x^2 + 5$
- Exercice 27. Une parabole a pour sommet $S(3; -2)$ et passe par le point $A(1;0)$. Déterminer l'équation de cette parabole sous la forme $y = a(x - x_S)^2 + y_S$.
- Exercice 28. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la parabole d'équation $y = x^2 - 3x + 2$ et de la droite d'équation $y = x - 1$.

Exercice 29. Tracer la parabole d'équation $y = x^2 - 2x - 3$ dans un repère orthonormé, en précisant son sommet et son axe de symétrie.

